UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni

APPUNTI

DI

ANTENNE E PROPAGAZIONE

NEPA

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

INDICE

1) **Preliminari di Campi Elettromagnetici**
2) **Caratteristiche di un'antenna**
3) **Potenziali E.M.**
4) **Distribuzioni di corrente**
5) **Dipoli**
6) **Array di antenne**
7) **Antenne a spira (Elementare e Risonante)**
8) **Teorema delle immagini**
9) **Antenna Yagi-Uda**
10) **Principio di equivalenza**
11) **Aperture rettangolari**
12) **Guide d'onda rettangolari**
13) **Antenne a tromba rettangolari**
14) **Aperture circolari**
15) **Guide d'onda circolari**
16) **Antenne a tromba circolari**
17) **Antenna a riflettore parabolico**
18) **Tubo a raggi astigmatico**
19) **Antenne ad Microstriscia**
20) **Antenna a riflettore parabolico (english version)**
21) **Approfondimento sull'ottica geometrica**

Master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

Nabla in coordinate cilindriche e sferiche

Da Wikipedia, l'enciclopedia libera.

Nel calcolo vettoriale è spesso utile conoscere come esprimere ∇ in altri sistemi di coordinate diversi da quello cartesiano.

Operatore	Coordinate cartesiane (x,y,z)	Coordinate cilindriche (ϱ,ϕ,z)	Coordinate sferiche (r,θ,ϕ)
Definizione delle coordinate		$\begin{bmatrix} x &=& \rho\cos\phi \\ y &=& \rho\sin\phi \\ z &=& z \end{bmatrix}$.	$\begin{bmatrix} x &=& r\sin\theta\cos\phi \\ y &=& r\sin\theta\sin\phi \\ z &=& r\cos\theta \end{bmatrix}$.
		$\begin{bmatrix} \rho &=& \sqrt{x^2+y^2} \\ \phi &=& \operatorname{atan2}(y,x) \\ z &=& z \end{bmatrix}$.	$\begin{bmatrix} r &=& \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ \theta &=& \arccos(z/r) \\ \phi &=& \operatorname{atan2}(y,x) \end{bmatrix}$.
A Campo vettoriale A	$A_x\hat{\mathbf{x}} + A_y\hat{\mathbf{y}} + A_z\hat{\mathbf{z}}$	$A_\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + A_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + A_z\hat{\mathbf{z}}$	$A_r\hat{\mathbf{r}} + A_\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + A_\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Gradiente ∇f	$\frac{\partial f}{\partial x}\hat{\mathbf{x}} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{\boldsymbol{\rho}} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{\partial f}{\partial r}\hat{\mathbf{r}} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{\boldsymbol{\theta}} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Divergenza $\nabla \cdot \mathbf{A}$	$\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\theta \sin\theta) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi}$
Rotore $\nabla \times \mathbf{A}$	$(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z})\hat{\mathbf{x}} +$ $(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x})\hat{\mathbf{y}} +$ $(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y})\hat{\mathbf{z}}$	$(\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\frac{1}{\rho}(\frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\mathbf{z}}$	$\frac{1}{r\sin\theta}(\frac{\partial}{\partial \theta}(A_\phi \sin\theta) - \frac{\partial A_\theta}{\partial \phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial r}(rA_\phi))\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $\frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(rA_\theta) - \frac{\partial A_r}{\partial \theta})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Laplaciano $\triangle f = \nabla^2 f$	$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho\frac{\partial f}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial f}{\partial r}) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2}$
Laplaciano di un vettore $\triangle \mathbf{A} = \nabla^2 \mathbf{A}$	$\triangle A_x\hat{\mathbf{x}} + \triangle A_y\hat{\mathbf{y}} + \triangle A_z\hat{\mathbf{z}}$	$(\triangle A_\rho - \frac{A_\rho}{\rho^2} - \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\phi}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $(\triangle A_\phi - \frac{A_\phi}{\rho^2} + \frac{2}{\rho^2}\frac{\partial A_\rho}{\partial \phi})\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $(\triangle A_z)\hat{\mathbf{z}}$	$(\triangle A_r - \frac{2A_r}{r^2} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial(A_\theta\sin\theta)}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\mathbf{r}} +$ $(\triangle A_\theta - \frac{A_\theta}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} - \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $(\triangle A_\phi - \frac{A_\phi}{r^2\sin^2\theta} + \frac{2}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} + \frac{2\cos\theta}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial A_\theta}{\partial\phi})\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Lunghezza infinitesima	$d\mathbf{l} = dx\hat{\mathbf{x}} + dy\hat{\mathbf{y}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = d\rho\hat{\boldsymbol{\rho}} + \rho d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}} + dz\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{l} = dr\hat{\mathbf{r}} + rd\theta\hat{\boldsymbol{\theta}} + r\sin\theta d\phi\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Aree infinitesime	$d\mathbf{S} =$ $dydz\hat{\mathbf{x}} +$ $dxdz\hat{\mathbf{y}} +$ $dxdy\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} =$ $\rho d\phi dz\hat{\boldsymbol{\rho}} +$ $d\rho dz\hat{\boldsymbol{\phi}} +$ $\rho d\rho d\phi\hat{\mathbf{z}}$	$d\mathbf{S} =$ $r^2\sin\theta d\theta d\phi\hat{\mathbf{r}} +$ $r\sin\theta dr d\phi\hat{\boldsymbol{\theta}} +$ $rdrd\theta\hat{\boldsymbol{\phi}}$
Volume infinitesimo	$dv = dxdydz$	$dv = \rho d\rho d\phi dz$	$dv = r^2\sin\theta dr d\theta d\phi$

Relazioni notevoli:

1. $\operatorname{div}\operatorname{grad} f = \nabla \cdot (\nabla f) = \nabla^2 f = \triangle f$ (Laplaciano)
2. $\operatorname{rot}\operatorname{grad} f = \nabla \times (\nabla f) = 0$
3. $\operatorname{div}\operatorname{rot} \mathbf{A} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0$
4. $\operatorname{rot}\operatorname{rot} \mathbf{A} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$
5. $\triangle fg = f\triangle g + 2\nabla f \cdot \nabla g + g\triangle f$
6. Formula di Lagrange per il prodotto vettoriale: $\mathbf{A} \times (\mathbf{B} \times \mathbf{C}) = \mathbf{B}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{C}) - \mathbf{C}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$

APPUNTI DI MICROONDE DEL PROF. MANARA (REPERITI AL CENTRO STAMPA)

CAPITOLO 1

LEGGI FONDAMENTALI DELL'ELETTROMAGNETISMO

1.1 - EQUAZIONI DI MAXWELL

Le equazioni di Maxwell possono essere introdotte in modo "deduttivo" mostrando come esse descrivano in forma differenziale tutte le leggi fondamentali dell'elettrologia [illegible]ma[illegible]etismo (teorema di Gauss per l'elettrostatica e la magnetostatica, legge di Ampere, legge dell'induzione di Faraday-Lenz).

L'impostazione che adotteremo, alternativa alla precedente, consiste nell'assumere le equazioni di Maxwell come postulato dei fenomeni elettromagnetici; le varie leggi sperimentali saranno ottenute passando dalle equazioni di Maxwell in forma differenziale a quelle in forma integrale.

1.1.1. - Equazioni di Maxwell in forma differenziale.

Ogni fenomeno elettromagnetico può essere descritto mediante le equazioni di Maxwell. Tali equazioni differenziali studiano il campo elettromagnetico, presentando come incognita l'insieme dei vettori ($\underline{e}$, $\underline{h}$, $\underline{d}$, $\underline{b}$) che descrivono i fenomeni elettromagnetici. In particolare, indicheremo con: $\underline{e}(\underline{r},t)$ il campo elettrico che si misura in V/m; $\underline{h}(\underline{r},t)$ il campo magnetico che si misura in A/m; $\underline{d}(\underline{r},t)$ il campo di induzione elettrica che si misura in C/m^2; $\underline{b}(\underline{r},t)$ l'induzione magnetica che si misura in Wb/m^2. I precedenti vettori, definiti in tutto lo spazio, soddisfano in modo univoco le equazioni di Maxwell quando siano anche specificate le condizioni iniziali e al contorno. In questo tipo di descrizione le cariche libere e le correnti rappresentano le "sorgenti" del campo.

Nella successiva trattazione faremo implicitamente uso dei seguenti assiomi:

i) esistono in natura due tipi di cariche elettriche, cariche positive e cariche negative; qualunque carica è un multiplo intero della carica dell'elettrone $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$;

ii) non è possibile isolare in natura una carica magnetica. Da ciò deriva che, mentre esiste una corrente elettrica, non esiste una corrente magnetica.

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

E' importante osservare che le equazioni di Maxwell nella forma che presenteremo sono applicabili a fenomeni macroscopici (andrebbero dunque chiamate in modo più esatto: equazioni macroscopiche di Maxwell).

Le densità di carica $\rho(\underline{r},t)$ e di corrente elettrica $\underline{J}(\underline{r},t)$ sono misurate rispettivamente in C/m^3 e in A/m^2 e possono essere definite come segue:

DENSITA' DI CARICA : $\rho(\underline{r},t) = \rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\text{carica contenuta in} \Delta V}{\Delta V}$, $\left[\frac{C}{m^3}\right]$

DENSITA' DI CORRENTE ELETTRICA $\underline{J}(\underline{r},t) = \underline{J} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\text{corrente che fluisce attraverso } \Delta S}{\Delta S}$. $\left[\frac{A}{m^2}\right]$

In particolare si assume che queste grandezze abbiano un andamento continuo quando il volume ΔV o la superficie ΔS si riducono a zero. A causa della natura granulare dell'elettricità, quanto assunto non è verificato in volumi o su superfici troppo piccoli; pertanto, le equazioni macroscopiche di Maxwell, in volumi del tipo detto, non saranno valide; in generale esse forniscono i valori medi del campo macroscopico, valori ottenuti mediando su volumi sufficientemente grandi, che ai fini pratici sono dell'ordine di $0{,}1 \div 1 \mu m^3$.

Assumiamo quindi come postulato dei fenomeni elettromagnetici le seguenti equazioni:

Rotore (VETTORIALI)

C.E. $\nabla \times \underline{e}(\underline{r},t) = -\frac{\partial}{\partial t}\underline{b}(\underline{r},t)$, (INDUZIONE MAGNETICA) (1.1)

C.M. $\nabla \times \underline{h}(\underline{r},t) = \frac{\partial}{\partial t}\underline{d}(\underline{r},t) + \underline{j}(\underline{r},t)$, (INDUZ. ELETTRICA → DENSITA' DI CORRENTE ELET.) (1.2)

divergente (SCALARI)

$\nabla \cdot \underline{d}(\underline{r},t) = \rho(\underline{r},t)$, (INDUZ. ELETTR. — DENSITA' DI CARICA) (1.3)

$\nabla \cdot \underline{b}(\underline{r},t) = 0$. (INDUZ. MAGNETICA)

MASTER COPY
Tel. 388/9837745

La densità di corrente $\underline{j}(\underline{r},t)$ può essere scissa in due parti:

$$\underline{j}(\underline{r},t) = \underline{j}'(\underline{r},t) + \underline{j}_0(\underline{r},t)$$

dove $\underline{j}'(\underline{r},t)$ è il contributo sostenuto dal campo elettromagnetico, mentre $\underline{j}_0(\underline{r},t)$ è quello sostenuto dai generatori. Si può osservare che le equazioni di Maxwell (1.1)-(1.4) mettono in relazione i vettori del campo con le sorgenti del campo stesso. Esse costituiscono un insieme di quattro equazioni (due vettoriali e due scalari)